

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI  
CHIRCHIQ DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI**



**VARIATSION HISOB VA OPTIMALLASHTIRISH  
O'QUV DASTURI**

Bilim sohasi: 500 000 – Tabiiy fanlar, matematika va statistika  
Ta'lif sohasi: 540 000 – Matematika va statistika  
Ta'lif yo'nalishlari: 60540100 – Matematika

**Chirchiq – 2024**

<b>Fan/modul kodi</b> <b>VHO17804</b>	<b>O'quv yili</b> <b>2027-2028</b>	<b>Semestr</b> <b>VII</b>	<b>ECTS - Kreditlar</b> <b>4</b>	
<b>Fan/modul turi</b> <b>Majburiy</b>	<b>Ta'lim tili</b> <b>O'zbek</b>		<b>Haftadagi dars soatlari</b> <b>4</b>	
1.	<b>Fanning nomi</b>	<b>Auditoriya mashg'ulotlari (soat)</b>	<b>Mustaqil ta'lim (soat)</b>	<b>Jami yuklama (soat)</b>
	<b>Variatsion hisob va optimallashtirish</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>120</b>
2.	<p><b>I. Fanning mazmuni.</b></p> <p>Fanni o'qitishdan maqsad - variatsion hisob va optimallashtirish usullari kursining asosiy maqsadi talabalarni matematikaning zaruriy ma'lumotlari majmuasi (tushunchalar, tasdiqlar va ularning isboti, amaliy masalalarini yechish usullari va boshqalar) bilan tanishtirishdan iboratdir. Ayni paytda u talabalarni mantiqiy fikrlashga, to'g'ri xulosa chiqarishga, matematik madaniyatini oshirishga va shu bilan birgalikda talabalarni zamonaviy matematika asoslari bilan tanishtirish, kasbiy faoliyatga oid masalalarini ongli ravishda tadqiq etish, muammolar yechimini topishda variatsion hisob va optimallashtirish usullari imkoniyatlari mohiyatini tushuntirish va ularni qo'llay olishga o'rgatishga xizmat qiladi.</p> <p><b>Fanning vazifalari</b> - variatsion hisob va optimallashtirish usullarifani matematik tushunchalar mazmunini, qoidalarni va usullarni ongli o'zlashtirish orqali fikrlash madaniyatini egallash, axborotlarni tushunish, umumlashtirish va tahlil qilish, maqsadni qo'yish va unga erishish yo'llarini tanlash.</p> <p>- Variatsion hisob va optimallashtirish usullarining asosiy usullarini, jumladan nazariy va eksperimental tadqiqotlar usullarini kasbiy faoliyatga qo'llash kompetensiyalariga erishish va shu orqali variatsion hisob va optimallashtirish usullari fanining muhandislik, fizika, texnika, iqtisod va boshqa sohalarni o'rganishda, ularning masalalarini yechishda, ayniqsa turli jarayonlarning matematik modellarini tahlil qilishda muhim ahamiyatga egaligini anglash.</p> <p><b>II. Nazariy qism (ma'ruza mashg'ulotlari)</b></p> <p>Fan tarkibiga quyidagi mavzular kiradi:</p>			

### VII semestr

#### 1-mavzu. Variatsion hisobning asosiy masalasining qo'yilishi.

Variatsion hisob fani haqida tarixiy ma'lumon. Variatsion hisobning asosiy masalasining ta'rifi. Lagranjning lemmalari. Birinchi variatsiya. Eyler tenglamasi.

2-mavzu. Funksional bir necha funksiyalarga bog'liq hol. Yuqori tartibli hosilalarga bog'liq funksionalning ekstremumi. Ikki va uch karrali integrallarning ekstremumi.

Funksional bir necha funksiyalarga bog'liq hol. Yuqori tartibli hosilalarga bog'liq funksionalning ekstremumi. Ikki va uch karrali integrallarning ekstremumi.

3-mavzu. Ikkinci variatsiyani tekshirish, ekstremumning yetarli shartlari.

Ikkinci variatsiyani hisoblash. Lejandr sharti. Yakobi tenglamasi. Yakobi sharti. Kuchsiz ekstremumning yetarli shartlari. Kuchli ekstremumning zaruriy va yetarli shartlari. Kvadratik funksional uchun natij.

**4-mavzu. Variatsion hisob asosiy masalasining ba'zi umumlashmalari.**  
Bir necha funksiyalarga bog'liq bo'lgan funksionalning ekstremumi. Kuchli va kuchsiz ekstremallar. Eyler tenglamalari sistemasi. Stasionar funksiyalar Lejandr va Yakobi shartlari. Yetarli shartlar. Eyler-Ostrogradskiy tenglamasi.

**5-mavzu. Shartli ekstremumga qo'yilgan variatsion masalalar.**  
Bog'lanishlari chekli bo'lgan variatsion masalalar. Masalada shartli ekstremumning zaruriy shartini qo'llash algoritmi. Differensial bog'lanishlari bo'lgan shartli ekstremum masalalari. Masalada ekstremumning zaruriy shartini qo'llash algoritmi.

**6-mavzu. Izoperimetrik masalalar.**  
Lagranj funksiyasi. Lagranj ko'paytuvchilari qoidasi. Ikkinci tartibli zaruriy shartlar va yetarli shartlar.

**7-mavzu. Optimal boshqaruv masalasining qo'yilishi. Pontryaginning maksimum prinsipi. Terminal boshqarish masalasi uchun maksimum prinsipi.**

Optimal boshqaruv masalasiga sodda misol. Optimal boshqaruv masalasining umumiyligi qo'yilishi. Terminal boshqarish masalasining qo'yilishi. Maksimum prinsipi. Funksional orttirmasi uchun formula. Ekstremal boshqaruvlar. Chiziqli terminal boshqarish masalasi.

**8-mavzu. Chekli o'lchamli ekstremal masalalarning umumiyligi qo'yilishi, xossalari va sinflari. Ekstremal masala yechimining mavjudligi.**

Chekli o'lchamli ekstremal masalaning qo'yilishi va uning asosiy tiplari. Ekstremal masalalarni matematik modellashtirish. Ekstremal masalalarning geometrik talqini. Chekli o'lchamli ekstremal masalalarning ba'zi umumiyligi xossalari.

**9-mavzu. Qavariq to'plamlar va ular ustida amallar. Qavariq to'plamlarning ajralishi.**

Qavariq to'plam tushunchasi. Qavariq konuslar va affin to'plamlar. Qavariq to'plamlarning xossalari. To'plamlarning qavariq va affin qobiqlari. Nisbiy ichki nuqtalar, chetki nuqtalar. Qavariq to'plamlarning ajralishi. To'plamlarning ajralishi haqidagi teoremlar.

**10-mavzu. Qavariq funksiyalar va ularning xossalari. Funksiyalarning qavariqlik kriteriyalari. Qavariq funksiyalarning ekstremumlari.**

Qavariq funksiyalar. Qavariqlik kriteriyalari. Silliq funksiyalarning qavariqlik kriteriyalari. Qavariq funksiyalar ustida amallar. Qavariq funksiyalarning sath to'plami. Qavariq funksiyalarning uzluksizligi. Qavariq funksiyalarning yo'naliish bo'yicha hosilasi. Qavariq funksiyalarning minimumi. Qavariq funksiyalarning maksimumi.

**11-mavzu. Umumiy minimallashtirish masalasi uchun optimallik shartlari.**

Umumiy minimallashtirish masalasi uchun optimallik shartlari. Yo'naliish bo'yicha hosilaga ega funksiyalar uchun optimallik shartlari.

**12-mavzu. Shartsiz va shartli ekstremum masalalari.**

Shartsiz ekstremum masalasining qo'yilishi. Ekstremumning ikkinchi tartibli zaruriy va yetarli shartlari. Shartli ekstremum masalasining qo'yilishi. O'zgaruvchilarni yo'qotish usuli. Optimallikning birinchi tartibli zaruriy sharti. Lagranj ko'paytuvchilari qoidasi. Optimallikning ikkinchi tartibli zaruriy sharti va yetarli shart.

**13-mavzu. Chiziqli bo'limgan programmalashtirishning umumiy masalasi. Qavariq programmalashtirish masalasi**

Lagranj ko'paytuvchilari qoidasi. Optimallikning ikkinchi tartibli zaruriy va yetarli shartlari. Qavariq programmalashtirish masalasi. Qavariq programmalashtirishning asosiy masalasi. Sodda xossalar. Optimallikning zaruriy va yetarli shartlari, Kun-Takker teoremasi. Lagranj funksiyasining egar nuqtasi.

**14-mavzu. Matematik programmalashtirishning hisoblash usullari.**

Bir o'zgaruvchili funksiyani minimallashtirish usullari. Oltin kesim usuli. Urinmalar usuli. Shartsiz minumum masalasi uchun gradiyentli usullar. Gradiyentli eng tez tushish usuli. Gradiyentli tushish usuli. Iterasiya qadamini bo'lib borish usuli.

**15-mavzu. Chiziqli programmalashtirish masalasi.**

Chiziqli programmalashtirish masalasi va uning kanonik shakli. Bazis reja. Optimallik kriteriyasi. Masala yechimga ega bo'lmasligining yetarli sharti. Simpleks-iterasiya. Simpleks-algoritm. Boshlang'ich bazis reja. Simpleks-metodning birinchi fazasi.

**III. Amaliy mashg'ulotlari buyicha ko'rsatma va tavsiyalar**

**Amaliy mashg'ulotlar uchun quyidagi mavzular tavsiya etiladi:**

**VII semestr****1-mavzu. Variatsion hisobning asosiy masalasining qo'yilishi.**

**2-mavzu. Funksional bir necha funksiyalarga bog'liq hol. Yuqori tartibili hosilalarga bog'liq funksionalning ekstremumi. Ikki va uch karrali integrallarning ekstremumi.**

**3-mavzu. Ikkinchi variatsiyani tekshirish, ekstremumning yetarli shartlari**

**4-mavzu. Variatsion hisob asosiy masalasining ba'zi umumlashmalari.**

**5-mavzu. Shartli ekstremumga qo'yilgan variatsion masalalar.**

**6-mavzu. Izoperimetrik masalalar.**

**7-mavzu. Optimal boshqaruva masalasining qo'yilishi. Pontryaginning maksimum prinsipi. Terminal boshqarish masalasi uchun maksimum prinsipi.**

**8-mavzu. Chekli o'lchamli ekstremal masalalarning umumiy qo'yilishi, xossalari va sinflari. Ekstremal masala yechimining mavjudligi.**

**9-mavzu. Qavariq to'plamlar va ular ustida amallar. Qavariq to'plamlarning ajralishi.**

**10-mavzu. Qavariq funksiyalar va ularning xossalari. Funksiyalarning qavariqlik kriteriyalari. Qavariq funksiyalarning ekstremumlari.**

- 11-mavzu. Umumiy minimallashtirish masalasi uchun optimallik shartlari.**
- 12-mavzu. Shartsiz va shartli ekstremum masalalari.**
- 13-mavzu. Chiziqli bo'Imagan programmalashtirishning umumiy masalasi. Qavariq programmalashtirish masalasi**
- 14-mavzu. Matematik programmalashtirishning hisoblash usullari.**
- 15-mavzu. Chiziqli programmalashtirish masalasi**

#### **IV. Mustaqil ta'lif va mustaqil ishlar**

Mustaqil ta'lifni baholash – bu talabalarining jamoaviy tartibda va yakka tartibda berilgan amaliy misollar yoki masalalarni bajarishlari orqali amalga oshiriladi. Bunda har bir talabaga bitta jamoaviy mavzu yoki masalalar beriladi. Talaba berilgan misol yoki masalalarining maqsad va vazifalarini, mohiyatini tushungan holda qo'yilgan masalani o'r ganib, izlanishlar olib boradi. Olingan natijalarni tahlil qilib, yechimlari bilan taqdimotlar tayyorlab himoya qiladi.

Mustaqil ta'lifning mazmuni talabalar tomonidan

- ma'ruza va amaliy mashg'ulotlarga tayyorgarlik;
- uy vazifalarini bajarish;
- nazariy bilimlarni o'zlashtirish;
- tabaqlashtirilgan yakka tartibdagi topshiriqlarni bajarish;
- mustaqil ta'lif uchun mo'ljallangan mavzularini o'zlashtirishdan iboratdir.

**Mustaqil ta'lif uchun tavsiya etiladigan mavzular:**

#### **VII semestr**

1. Funksiyaning ekstremumlari. Braxistoxrona xaqidagi masala. Aylanma jismning minimum sharti.
2. Variatsion hisobning asosiy masalasi. Funksional va joiz egri chiziqning variatsiyasi.
3. Kuchsiz minimumning zaruriy sharti. Eyler – Lagranj tenglamasi va uning integrallanuvchilik xollari.
4. Ikkinchli tartibli zaruriy shartlar. Gilbert sharti. Gilbert teoremasi. Gilbert shartini maxsus xollarda tadqiq qilish.
5. Bo'lakli-silliq funksionallar uchun minimum sharti. Lejandr sharti. Veyvershtass- Erdmon sharti.
6. Yakobi sharti. Yakobining differensial tenglamasi. Kuchsiz minimum uchun Yakobi-ning zaruriy sharti.
7. Eylera-Lagranja tenglamasi.
8. Yuqori tartibli hosilaga bog'liq bo'lgan funksionallar. Eylera – Puassona tenglamasi.
9. M.V. Ostrogradskiy tenglamasi.
10. Parametrik variatsion masalalar.
11. Variatsion hisobning asosiy masalasi uchun yetarli shartlar.
12. Veyvershass funksiyasi. Kuchsiz minimum uchun Lejandr sharti.
13. Boshqariluvchi obyektlar. Sodda obyekt uchun optimal boshqaruv masalasini yechish.

	<p>14. Pontryaginning maksimum prinsipi. Joiz boshqaruvalar va trayektoriyalar. Tezkorlik masalasi uchun maksimum prinsipi.</p> <p>15. Dinamik programmalashtirish. Bellman funksiya. Maksimum prinsipi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Optimal boshqaruvning sintez masalasi. Sodda apiyeriodik va tebranuvchi sistemalar uchun sintez masalasini yechish.</li> </ul> <p>16. Chiziqli optimal boshqaruv masalasi. Maksimum prinsipi isbotini soddalashtirilgan varianti.</p> <p>17. Umumiy xolat sharti maksimum prinsipining yetarli sharti sifatida.</p> <p>18. Chiziqli dasturlash normal masalasining geometrik talqini.</p> <p>19. Simpleks-usulning turli modifikatsiyalari, M-metod.</p> <p>20. Bir argumentli funksiyalarning ekstremal qiymatlari.</p> <p>21. Aniqlanish sohasi kesma va interval bo'lgan hollar. 2 ta uchastka masalasi va 2 ta eng yaxshi konserva idishi haqidagi masalalar.</p> <p>22. Shu masalalarni turli usullar (hosila usuli, tengsizliklar usuli, pozinomlar usuli va Lagranj ko'paytuvchilari usuli) bilan yechish.</p> <p>23. Chiziqsiz dasturlashning shartsiz va shartli ekstremum masalalariga oid iqtisodiy masalalar.</p> <p>24. Burchak koeffitsiyentlarni tenglashtirish usulining mohiyati va geometrik talqini.</p> <p>25. Bir va ko'p argumentli funksiyalarning qavariqligini tekshirish.</p> <p>26. Differensiallanuvchi funksiyalarga mos kvadratik formani hisoblash.</p> <p>27. Iqtisodiy masalalarni yo'nalish bo'yicha hosila yordamida yechish.</p> <p>28. Variatsion hisobga oid braxistoxrona masalasini to'liq yechish.</p> <p>29. Variatsion hisob asosiy masalasi uchun Eyler – Lagranj tenglamasining integrallanuvchi hollariga oid iqtisodiy (tatbiqiy) masalalar yechish.</p> <p>30. Variatsion hisob asosiy masalasi uchun Eyler – Lagranj tenglamasining integrallanuvchi hollariga oid iqtisodiy (tatbiqiy) masalalar yechish.</p>
3.	<p><b>V. Ta'lif natijalari (shakllanadigan kompetensiyalar)</b></p> <p><b>Fanni o'zlashtirish natijasida talaba:</b></p> <p>Modul ma'ruzalar va amaliy auditoriya mashg'ulotlari hamda talabalarning mustaqil faoliyati orqali tashkil etiladi. Ma'ruzalarda variatsion hisob va optimallashtirish usullari kursi mavzularini tahlil qilish uchun zarur bo'lgan nazariy ma'lumotlar beriladi. Amaliy auditoriya mashg'ulotlarida variatsion hisob va optimallashtirish usullari kursi muammolari(misol va masalalari) taqdim etiladi va talabalarga ularni hal qilish uchun zarur matematik usullar va metodlarni qo'llash bo'yicha mashq qilish imkoniyati beriladi. Mustaqil ta'lif faoliyatida talabalar mavzularni chuqur o'rganib, adabiyotlar va ilmiy jurnallar hamda manbaalarda foydalangan holda mavzularni mavzularni tahlil qilishi; (<b>bilim</b>) Talabalar bilimlarini nazorat qilish va baholash talabaning faolligi, oraliq, nazorat, yakuniy nazorat hamda mustaqil ta'lifni baholash orqali amalga oshiriladi.</p> <p><b>Kursni tugatgan talabalar:</b></p> <p>Variatsion hisob va optimallashtirish usullari tushunchalari va tamoyillarini chuqur tushunishni namoyish etadi, variatsion hisob va optimallashtirish usullari metodlarining mohiyatini chuqur tahlil qiladi, kasbiy faoliyatida muammolarini</p>

	<p>hal qilish uchun mos matematik mantiq, diskret matematika, matematik tahlil, geometriya, fanlar sohalari bo'yicha bilim, malaka va ko'nikmalarga ega bo'ladi, ilmiy tadqiqot ishlarini bajarishda ishtirok etadi; (ko'nikma)</p> <p>-Talabalar matematika o'qitish metodikasi sanidan nazariy bilimlar, amaliy ko'nikmalar, mantiqiy sikrash, to'g'ri xulosa chiqarish, matematik madaniyatini oshirish hamda ilmiy dunyoqarashini shakllantirish malakalariga ega bo'lishi kerak.</p>
4.	<p><b>VI. Ta'llim texnologiyalari va metodlari:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ma'ruzalar;</li> <li>• interfaol keys-stadilar;</li> <li>• amaliy mashg'ulotlar (mantiqiy sikrash, tezkor savol-javoblar);</li> <li>• guruhlarda ishlash;</li> <li>• taqdimotlarni qilish;</li> <li>• individual loyihamar;</li> <li>• jamoa bo'lib ishlash va hioya qilish uchun loyihamar</li> </ul>
5.	<p><b>VII. Kreditlarni olish uchun talablar:</b></p> <p>Fanga oid nazariy va amaliy tushunchalarni to'la o'zlashtirish, misol va masalalar natijalarini to'g'ri aks ettira olish, o'rganilayotgan mavzular va tushunchalar haqida mustaqil mushohada yuritish, joriy va oraliq nazorat shakllarida berilgan vazifa va topshiriqlarni bajarish, yakuniy nazorat bo'yicha variantlar asosida yozma vazifalarni bajarishi zarur.</p>
6.	<p><b>VIII. Asosiy adabiyotlar</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Р.Габасов, Ф.М.Кириллова. Оптималлаштириш усуллари. Т. О'збекистон, 1995.</li> <li>2. Mamadaliyev N., To'xtasinov M. Variatsion hisob va optimal boshqaruva nazariyasining asosiy masalalari. Toshkent, Universitet, 2013</li> <li>3. Истроилов И., Отакулов С. Вариацион хисоб ва оптималлаштириш усуллари. И-кисм. Самарканд. Сам ДУ нашри, 1999, ИИ-кисм Самарканд, СамДУ нашри, 2001</li> <li>4. Л.Э.Эльсголц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М. Наука 1969.</li> </ol> <p><b>IX. Qo'shimcha adabiyotlar</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. И.М.Гельфанд, С.В.Фомин. Вариационное исчисление. М. Наука 1989.</li> <li>2. Н.И.Ахиезер. Лекции по вариационному исчислению. Гостехиздат, 1955.</li> <li>3 Коса А. Вариационное исчисление. М. Высшая школа, 1983</li> </ol> <p><b>X. Axborot manbalari</b></p> <p><a href="http://www.edu.uz">http://www.edu.uz</a>—O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi sayti.</p> <p><a href="http://www.uzedu.uz">http://www.uzedu.uz</a>—O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligi sayti.</p> <p><a href="http://www.gov.uz">http://www.gov.uz</a>—O'zbekiston Respublikasi xukumati portalı.</p> <p><a href="http://www.ziyonet.uz">http://www.ziyonet.uz</a>—O'zbekiston Respublikasi axborot ta'lim tarmog'i</p> <p><a href="http://www.cspi.uz">http://www.cspi.uz</a> - CHDPU sayti</p> <p><a href="http://www.natlib.uz">http://www.natlib.uz</a> - (A.Navoiy nomidagi O'z.MK)</p>

7.	<b>Chirchiq davlat pedagogika universiteti tomonidan ishlab chiqilgan va universitet Kengashining 2024 yil “<u>29</u>” <u>08 1-sonli</u> dagi qarori bilan tasdiqlangan</b>
8.	<b>Fan/modul uchun ma'sul:</b> I.A.Ergashev CHDPU, “Matematika o'qitish metodikasi va geometriya” kafedrasи o'qituvchisi.
9.	<b>Taqrizchilar:</b> B.R.Xanimkulov- Chirchiq davlat pedagogika universiteti “Matematika o'qitish metodikasi va geometriya” kafedrasи v.b.dotsenti (PhD) J.Q.Adashev –V.Ramanovskiy nomidagi Matematika inistituti katta ilmiy hodimi f.-m.f.d professor.